

水阻之謎 -

物體形狀對水阻的影響

摘要

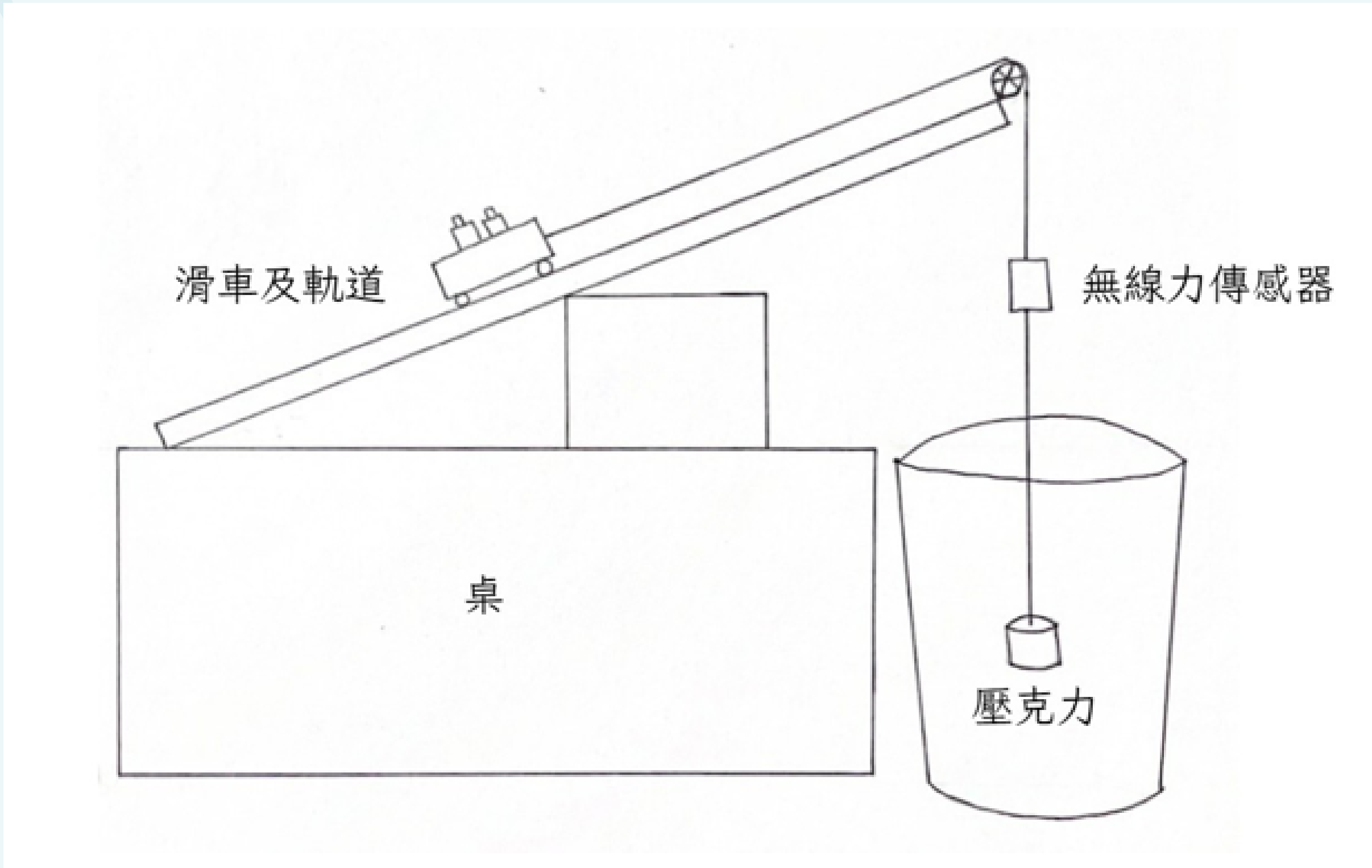
本實驗旨在討論壓克力在水中升起時的阻力與速度變化及和阻力係數的關聯，我們探討三種變因：壓克力的長度比例、食鹽水密度及不同形狀的連結體，觀察其在不同條件下阻力與速度的變化。我們先改變壓克力的長度比例，測量其在水中升起時的阻力和速度，發現阻力係數與長度比例呈現正相關。接著，我們調配不同密度的食鹽水來觀測其對壓克力的各項影響，發現阻力係數差異不大。最後，我們設計了不同形狀的連結體，發現在某個特定形狀時，會使阻力係數最小。藉由此實驗，我們希望未來可以運用在設計橋墩，使其不易因為水阻而損壞。

研究動機

在近期的新聞報導中，關於我國成功研發及自行建造潛艦的消息引起廣泛的關注，這也成為我們進行這項實驗的動機所在。潛艦在水下航行時，必須克服水的阻力，因此我們上網查詢阻力公式，想藉由此公式探討不同變因對阻力的影響，找出阻力最小的物體型態，以便未來可運用在生活中。

實驗裝置

利用pasco滑車系統裝置，將無線力量傳感器的一端連接綁好棉線的壓克力，另一端連接滑車，並把滑車放置在軌道上，壓克力放入水中進行觀測。將滑車及無線力量傳感器連接SPARKvue軟體，滑車下滑的同時把壓克力慢慢拉起，此時紀錄壓克力運動時的張力及速度，觀察其改變趨勢。示意圖如右



文獻回顧

(一)合力公式：

$$\sum F = ma \rightarrow T + B - mg - f = ma$$

(二)阻力公式： $f = \frac{1}{2} c_p A v^2$

(三)阻力係數：是來自於等比例模型實驗的量測，以無因次形式表示。對任何形狀物體而言，通常以阻力係數c表示之。

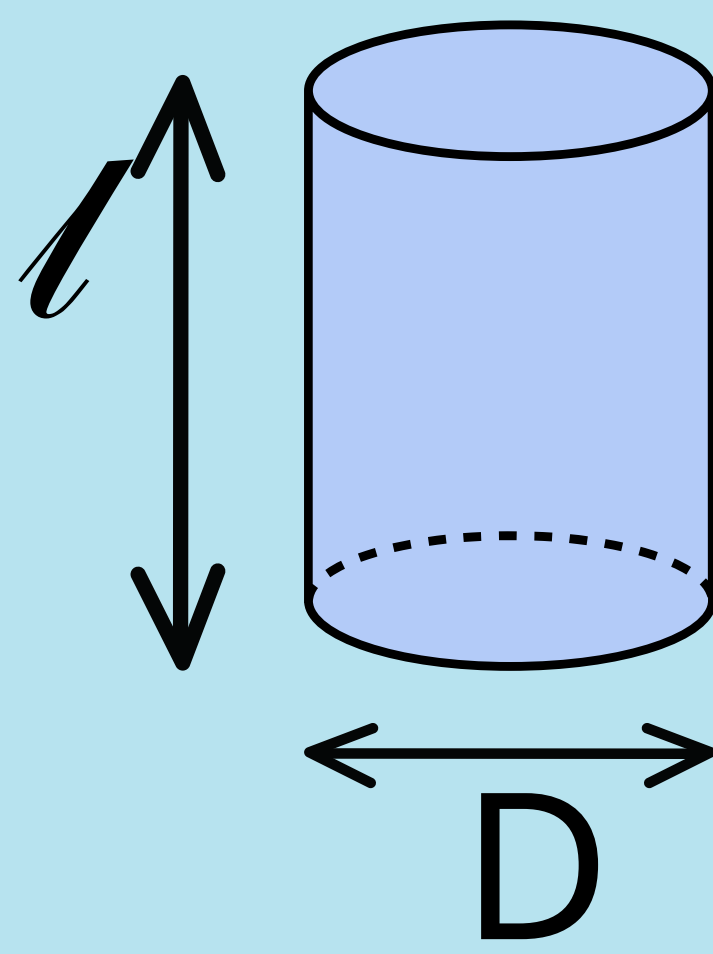
(四)各形狀的阻力係數：

實心半球形（球面側）：0.42

實心半球形（平面側）：1.17

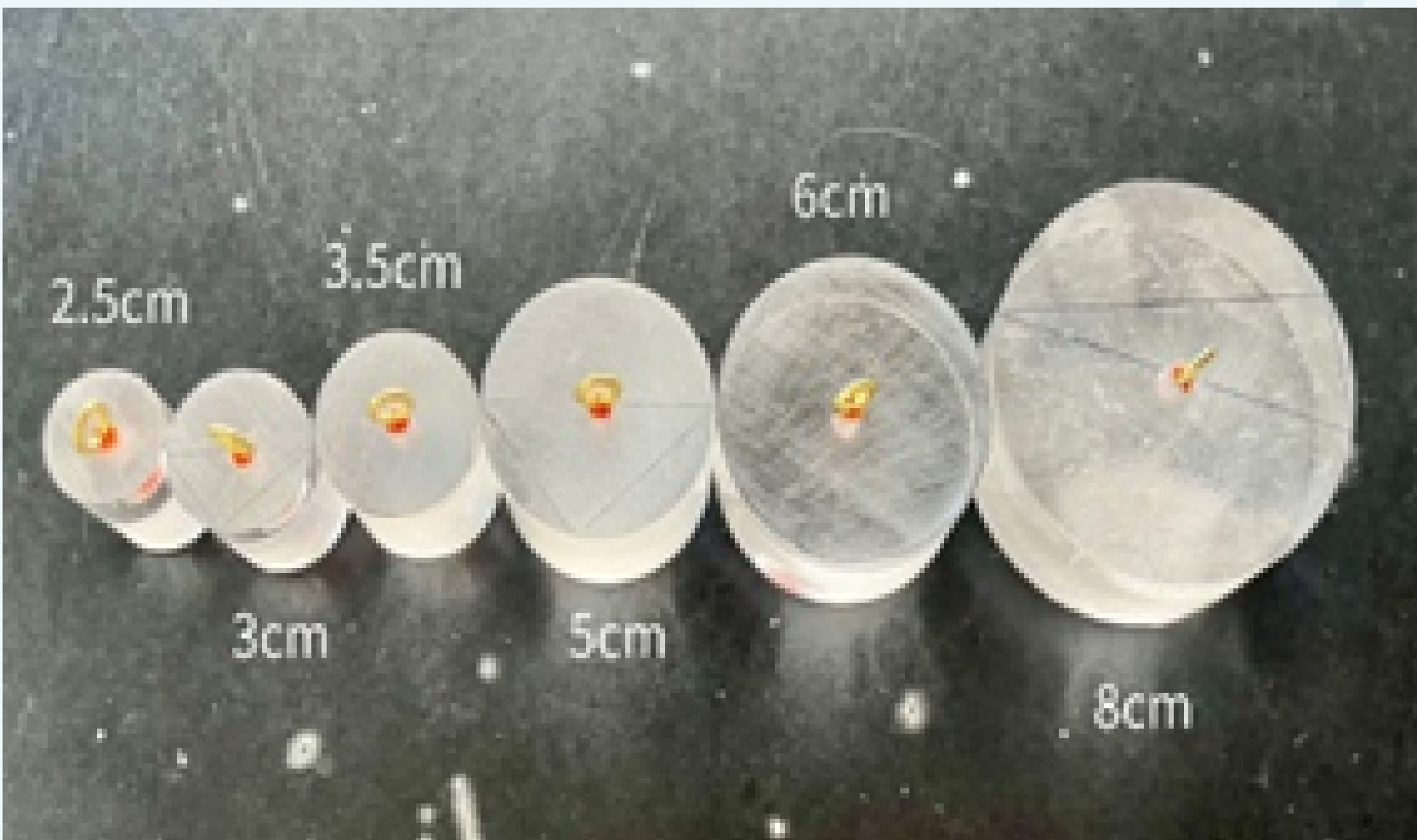
圓盤：1.9

(五)以長寬比為 $\frac{\ell}{D}$ 之橢圓形體來敘述形狀相依性，其中D與 ℓ 分別表示平行於流動的厚度與長度



研究設備及器材

1.不同直徑的壓克力柱



2.不同長度的壓克力柱



3.無線力量傳感器



4.滑車



5.食鹽 6.量筒和電子秤 7.滑車軌道及配件 8.水

9.水桶棉線 10.環保黏土 11.砝碼 12.SPARKvue軟體

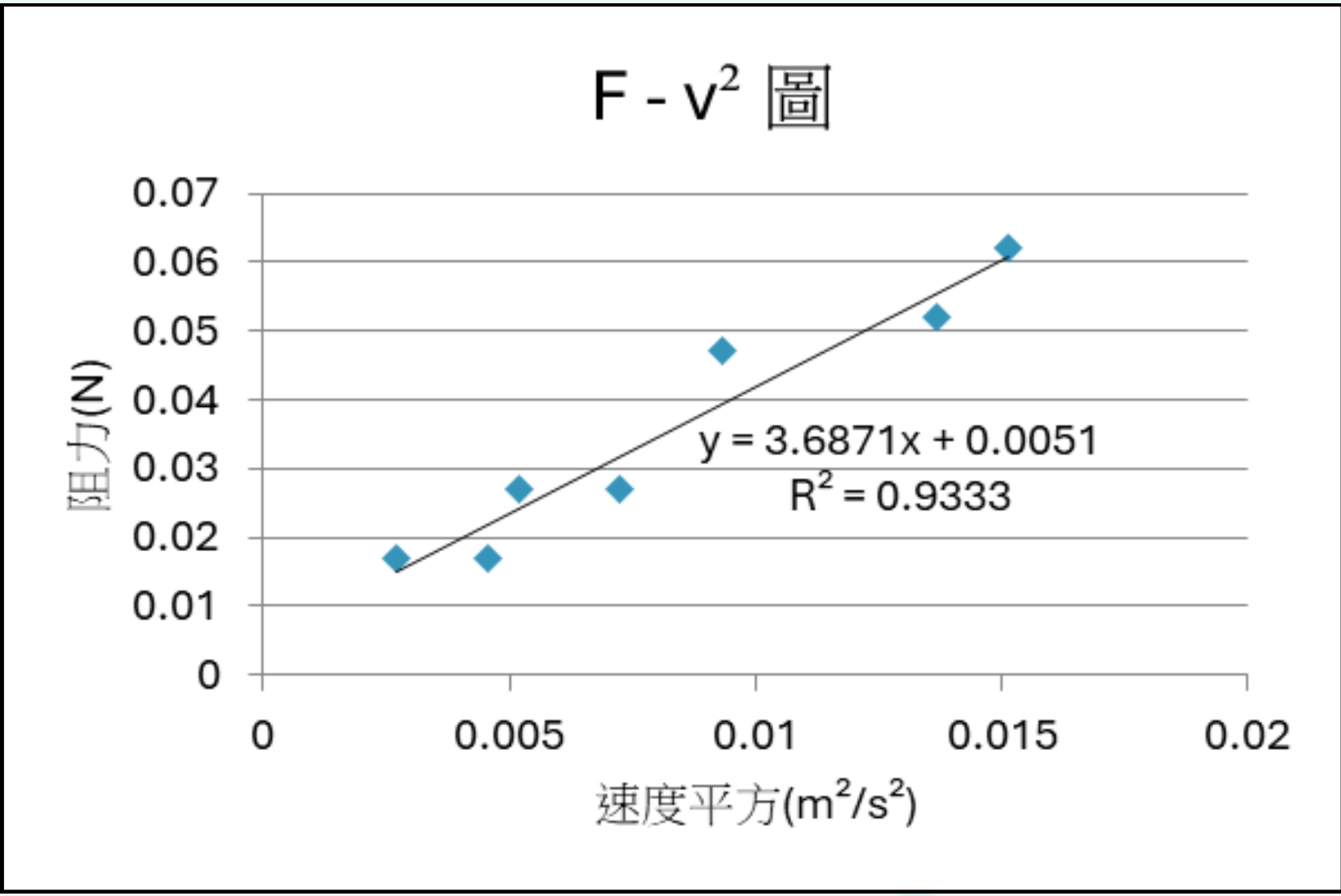
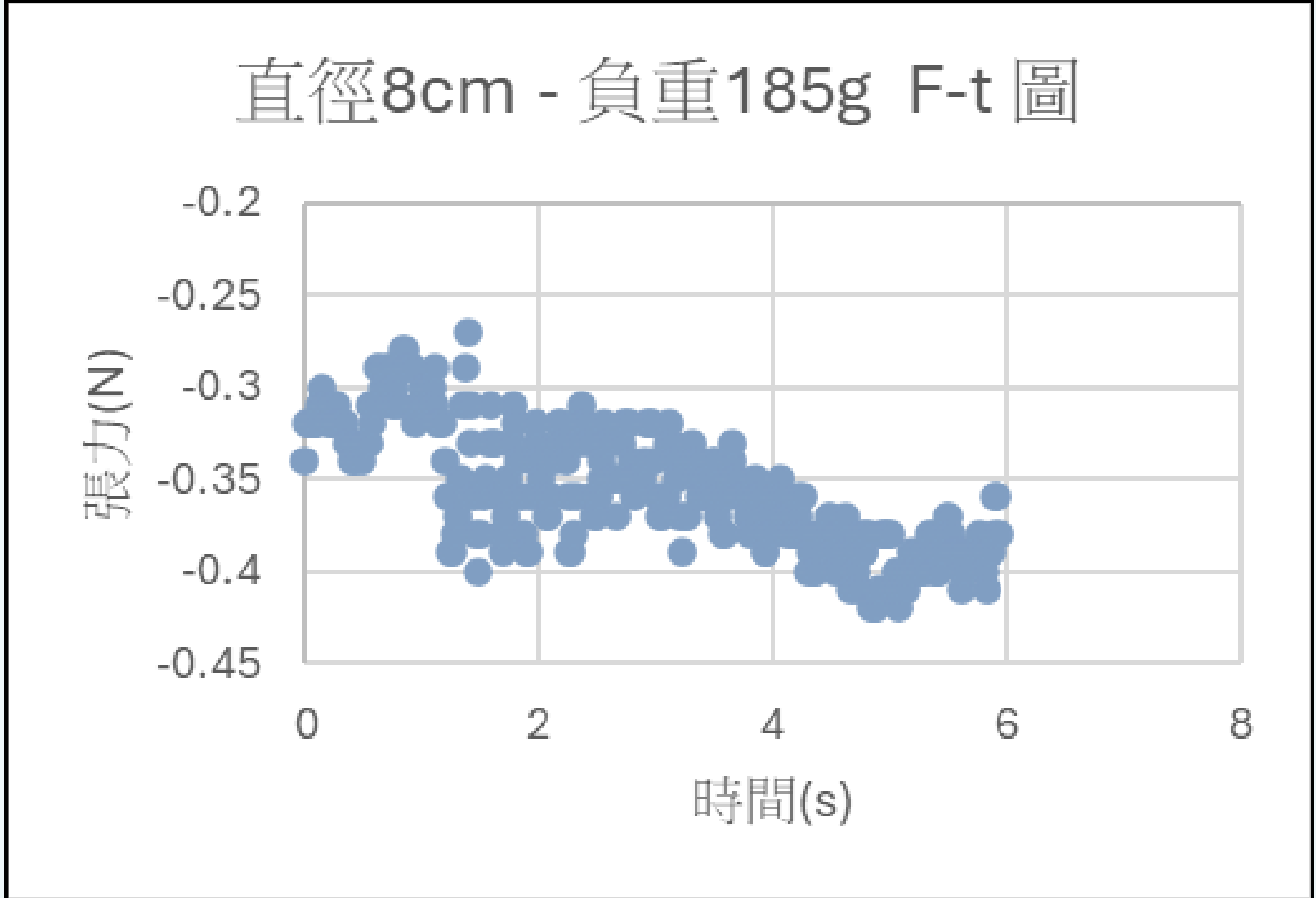
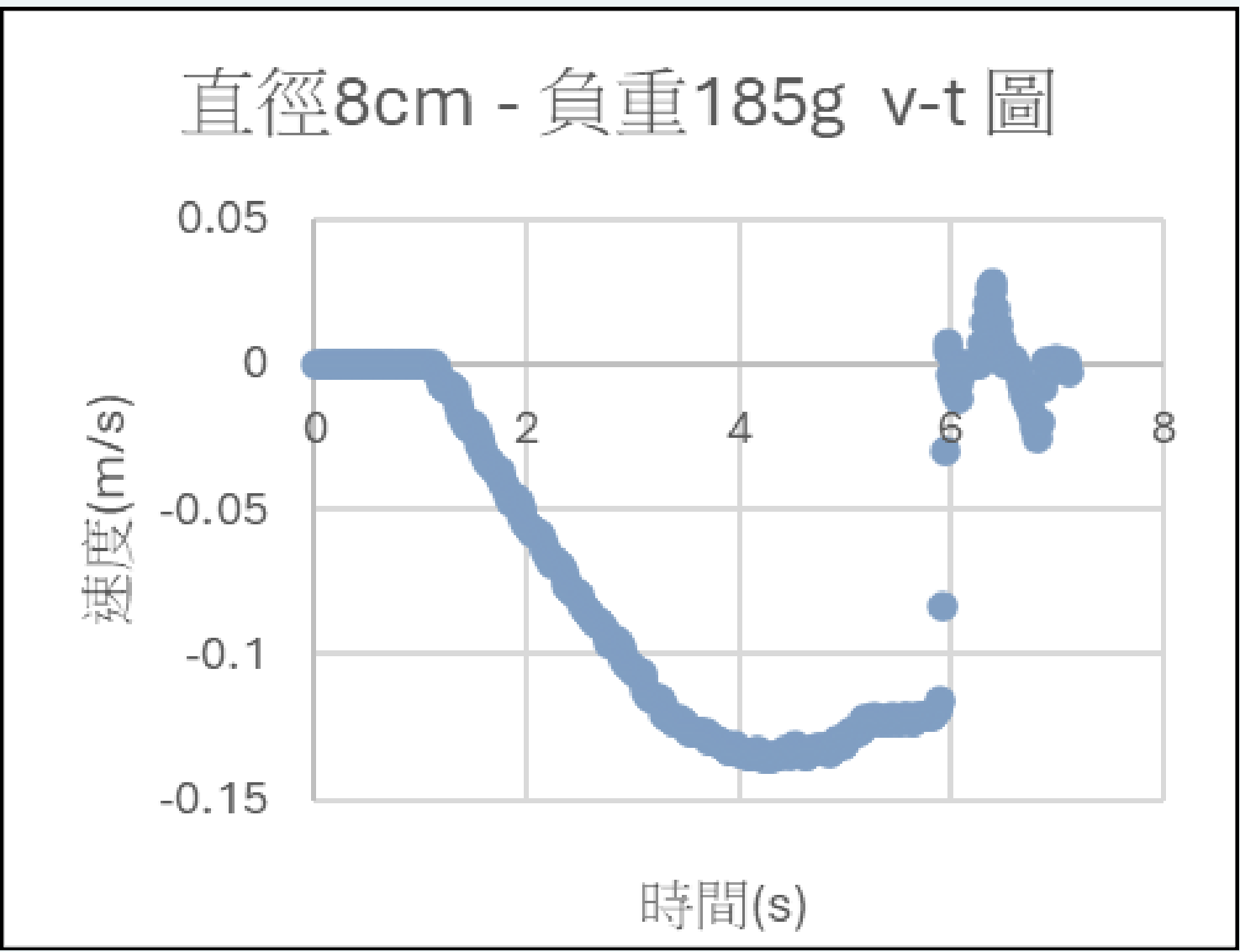
實驗步驟

(一)、各壓克力mg測量及浮力計算

- 1、將待測壓克力用泡過水的棉線掛在無線力量感測器上，紀錄十秒內的力量
- 2、取十秒內的力量平均為其mg
- 3、將壓克力放入水中並重複步驟2
- 4、將壓克力在空氣中所得的mg平均減去水中所得的mg所得平均為其浮力

(二)、測量張力及速度

- 1、將水桶加滿水，並將滑車綁上無線力量傳感器及壓克力後放置在軌道上
- 2、放置最少克數的砝碼在滑車上讓滑車能夠成功滑下
- 3、將滑車放到起始位置，令壓克力漂浮在水中最深處（不碰到桶子底部），等待壓克力靜止後放開滑車並記錄數據
- 4、取直徑2.5cm、3cm、3.5cm、5cm、6cm、8cm壓克力，重複步驟2～3後依序增加砝碼並記錄多組數據
- 5、利用環保黏土將直徑8cm的壓克力連接其他5個不同面積的壓克力製作連結體，重複步驟2～3後依序增加砝碼並記錄多組數據
- 6、利用環保黏土將直徑8cm的壓克力連接長度5cm、10cm、15cm、20cm的壓克力製作連結體，重複步驟2～3後依序增加砝碼並記錄多組數據
- 7、在水中加入食鹽，改變食鹽水密度，以直徑6cm的壓克力重複步驟2～3後依序增加砝碼並記錄多組數據



研究結果

1.由所得張力帶入公式計算阻力

因為在大學普物課本中看到剛體，所以我們先測量阻力與速度平方的關係，再利用以下公式

$$\sum F = ma \rightarrow T + B - mg - f = ma$$

壓克力達終端速度，加速度為零時， $f = T + B - mg$

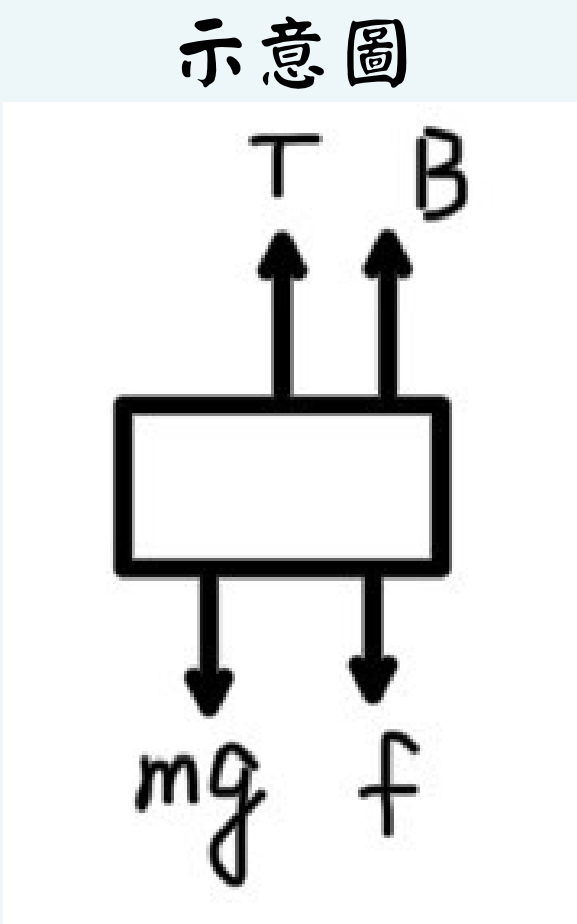
其中T為棉線張力、B為浮力、f為阻力

示意圖如右：

2.中心思想公式： $f = \frac{1}{2} c \rho A v^2$

其中c為阻力係數，也是我們要求出的， ρ 為水密度，A為壓克力截面積，v為速度

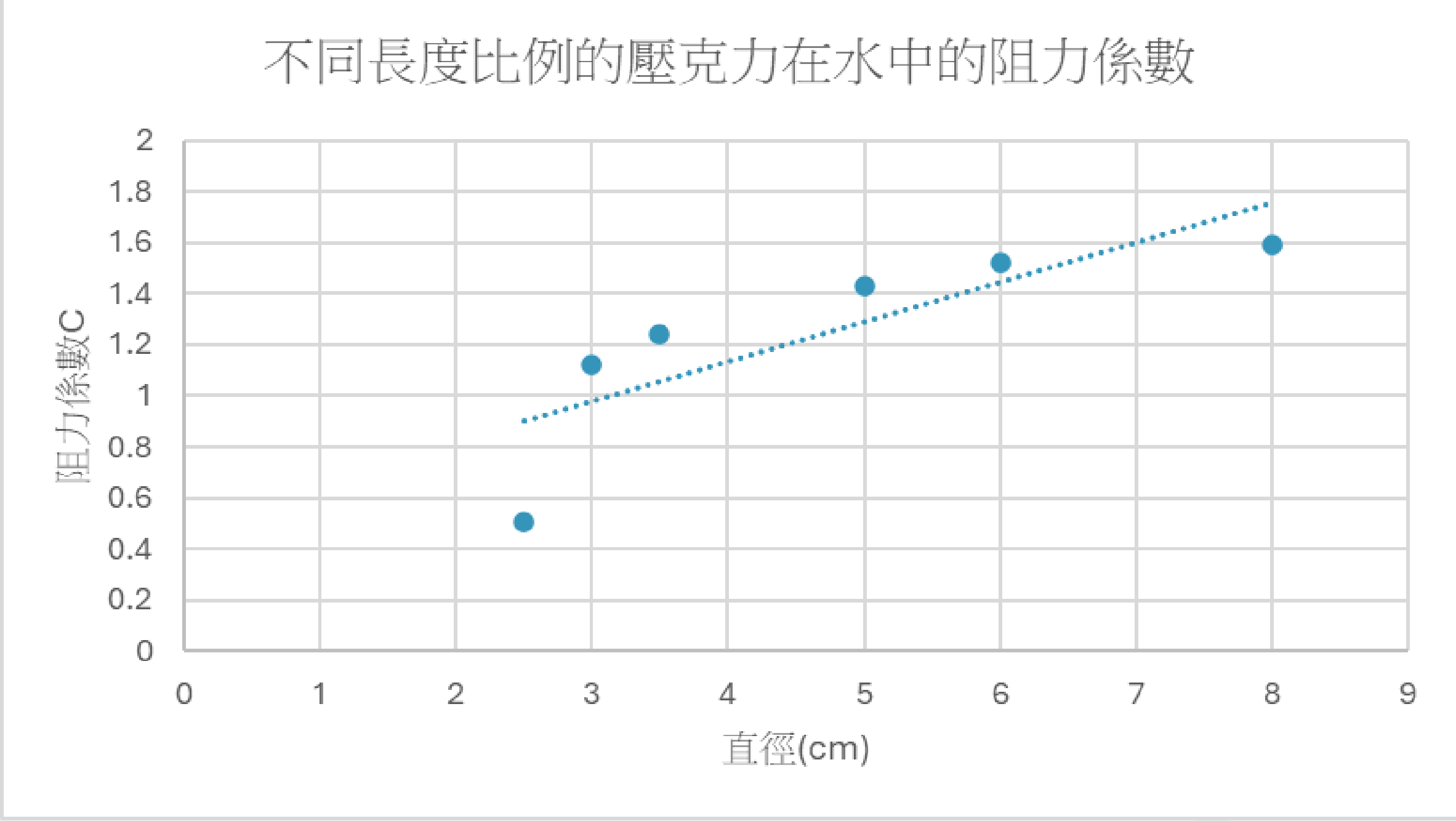
取等速段平均，記錄終端速度，也就是取一段時間內的速度平均



討論

一、探討不同截面積的壓克力在水中的阻力係數

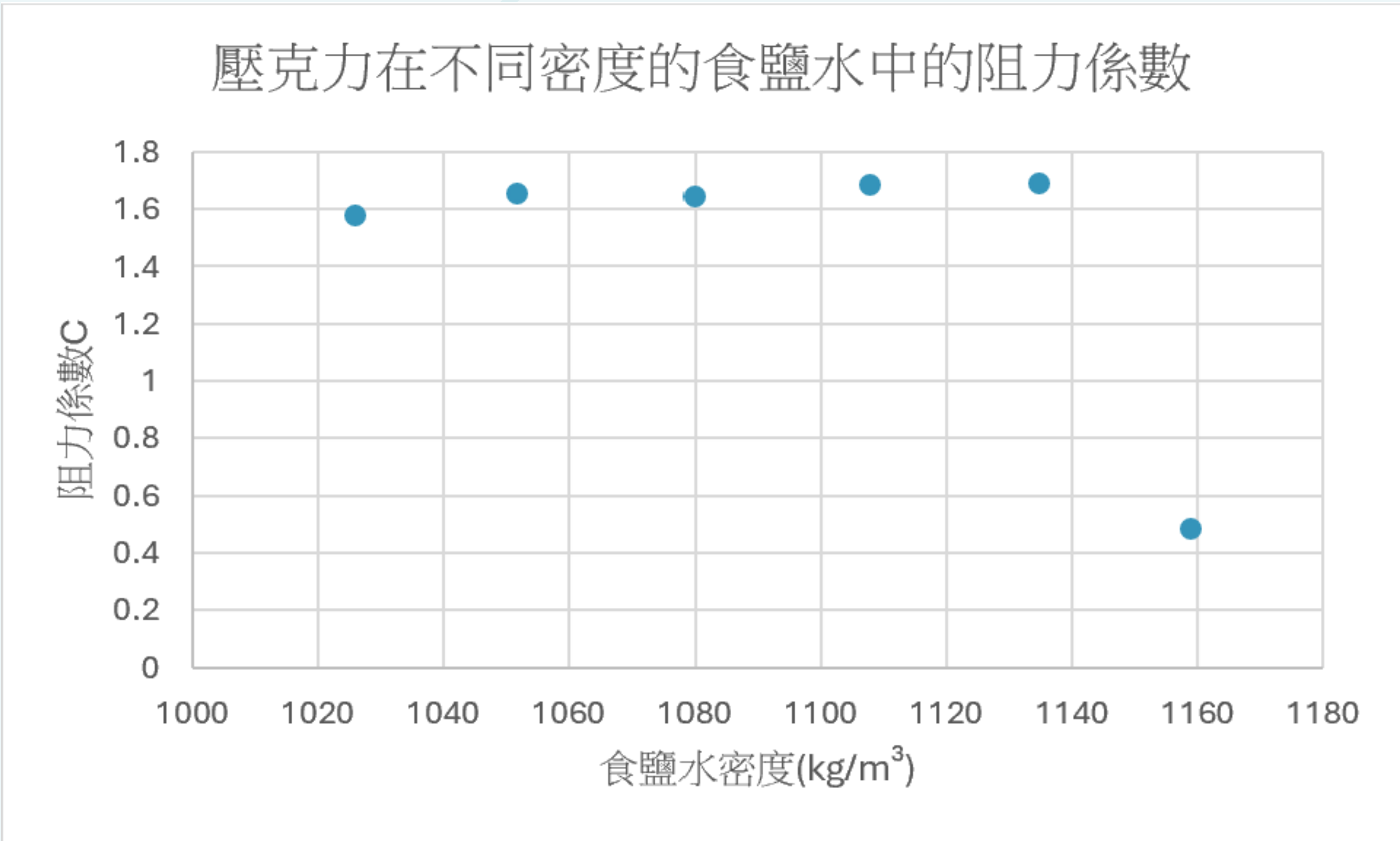
直徑 (cm)	斜率	水密度 (kg/m³)	面積 (m²)	c
8	3.9956	1000	0.005024	1.591
6	2.1472	1000	0.002826	1.520
5	1.4032	1000	0.001963	1.430
3.5	0.598	1000	0.000962	1.244
3	0.3964	1000	0.000707	1.122
2.5	0.1237	1000	0.000491	0.504



由此表可知，壓克力截面積越大，阻力係數c隨面積變大而增加，隨著長度比例的改變，阻力係數也隨之改變。因此，我們推論阻力係數與長度比例呈現正相關。

二、探討壓克力在不同密度的食鹽水中的阻力係數

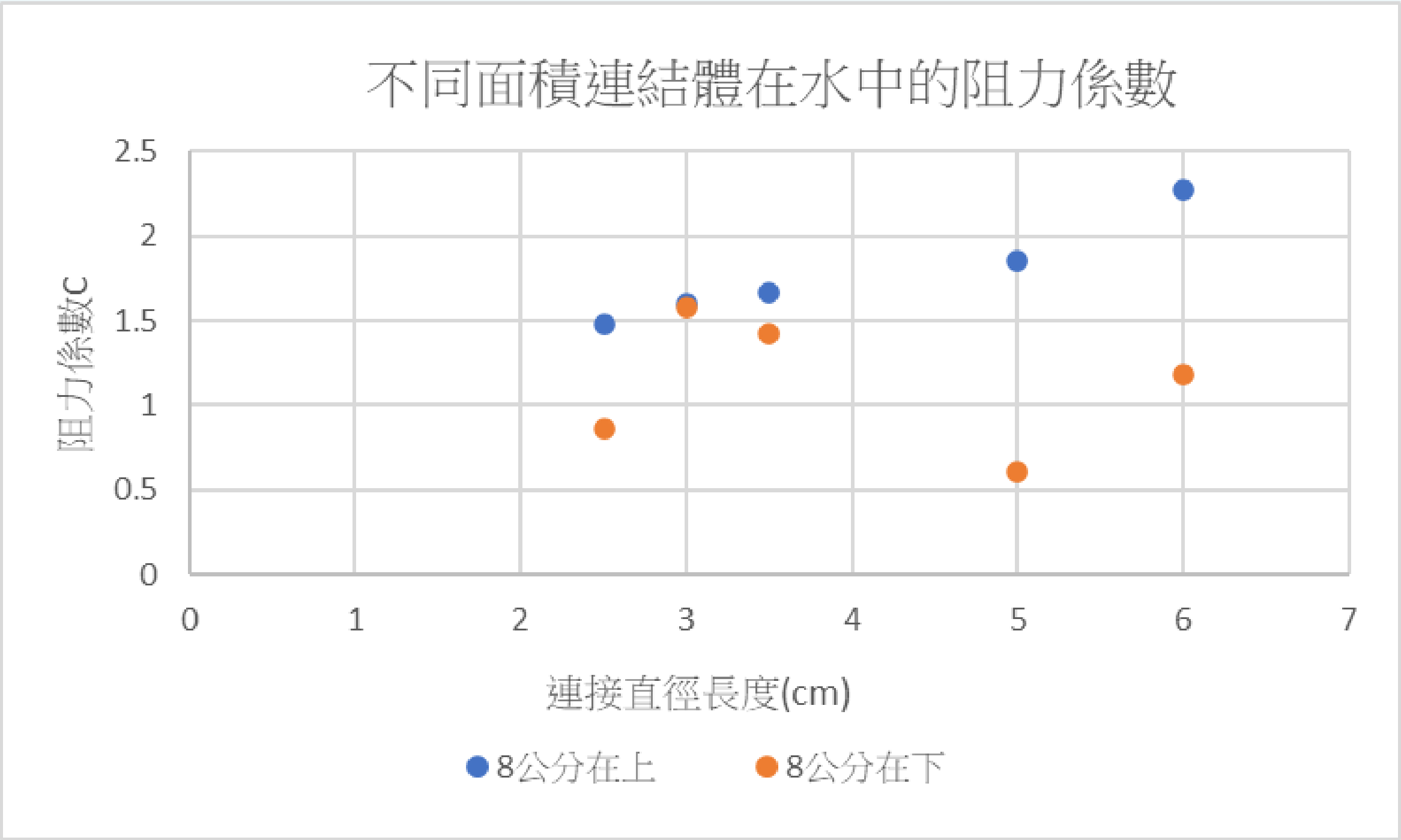
直徑 (cm)	斜率	食鹽水密度 (kg/m³)	面積 (m²)	c
6	2.2819	1026	0.002826	1.574
6	2.4567	1052	0.002826	1.653
6	2.5051	1080	0.002826	1.642
6	2.6349	1108	0.002826	1.683
6	2.7035	1135	0.002826	1.686
6	0.7892	1159	0.002826	0.482



由此圖可知，食鹽水密度越大，阻力係數幾乎不變，我們認為應該是因為我們所使用的壓克力是同一塊所致，但在密度為1159 kg/m³時，阻力係數驟然減小，我們推論因為壓克力與食鹽水的密度接近，使壓克力在食鹽水中的浮力幾乎等於重力，所以當繩子拉起壓克力時，繩子張力極小，就會使壓克力達到終端速度，而難以測量。

三、探討不同面積連結體在水中的阻力係數

8 公分在上				
在下長度 (cm)	斜率	水密度 (kg/m³)	面積 (m³)	c
6	5.6979	1000	0.005024	2.268
5	4.657	1000	0.005024	1.854
3.5	4.1765	1000	0.005024	1.663
3	4.0102	1000	0.005024	1.596
2.5	3.7158	1000	0.005024	1.479
8 公分在下				
在上長度 (cm)	斜率	水密度 (kg/m³)	面積 (m³)	c
6	2.9734	1000	0.005024	1.184
5	1.526	1000	0.005024	0.607
3.5	3.5612	1000	0.005024	1.418
3	3.9721	1000	0.005024	1.581
2.5	2.1584	1000	0.005024	0.859



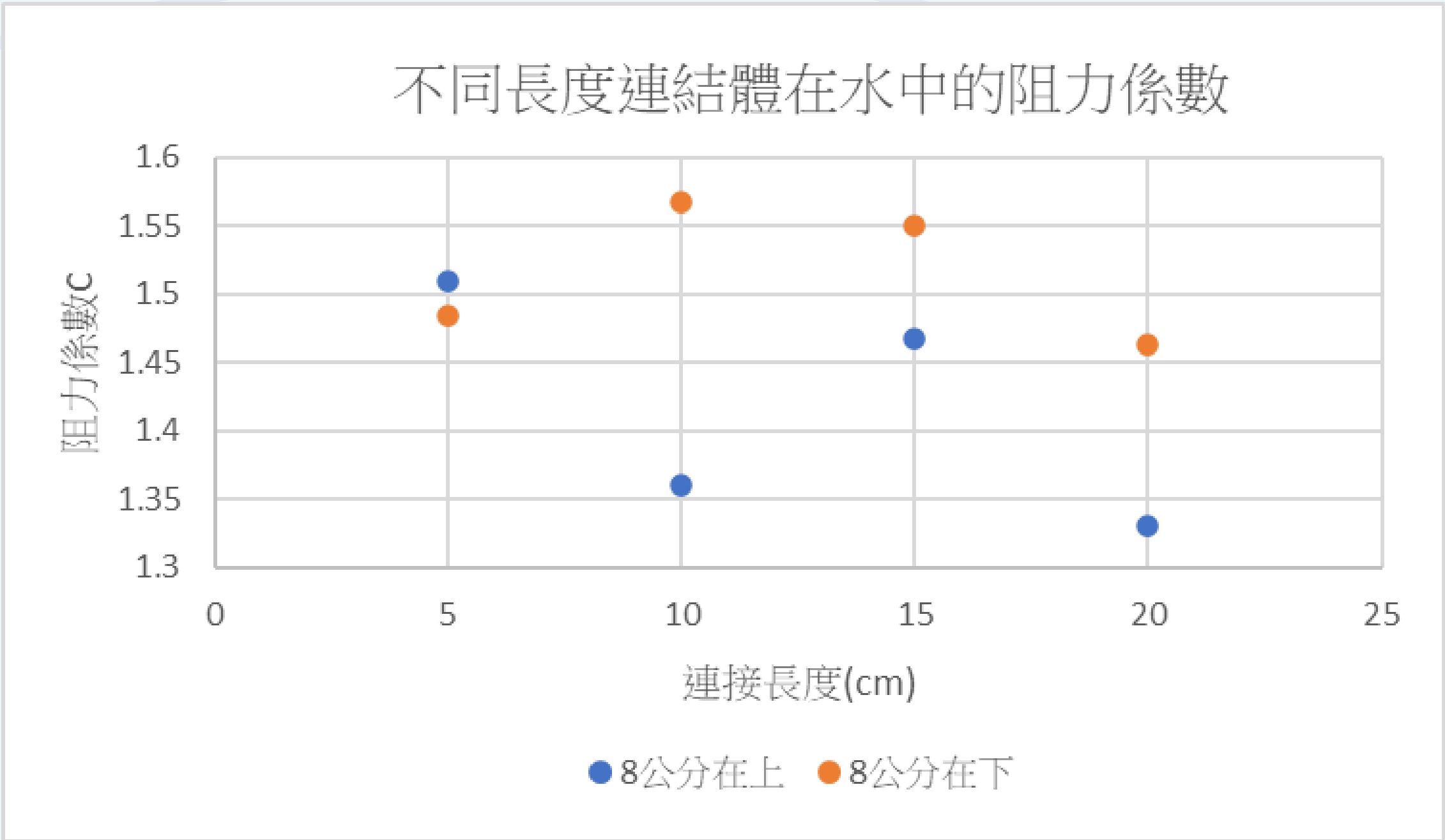
由兩表可知，當8cm的壓克力在上時，阻力係數會大於8cm的壓克力在下，我們推論當壓克力形狀以越趨近半圓的圓弧面朝上上升時，所得的阻力係數會越小，反之，當壓克力形狀以越趨近半圓的平面朝上上升時，所得的阻力係數則越大。



此外，直徑8cm的壓克力在上方時，下方連接的壓克力面積愈大，阻力係數越大；而當直徑8cm的壓克力在下方時，上方連接的壓克力的面積愈大，阻力係數卻沒有隨其變大，而是先變大再變小後又變大，其中以5cm在上，8cm在下的狀態時阻力係數最小，是因為整體的形狀越接近圓弧狀，可以使其更具流線化。最後，這些連結體的截面積都相同，因此可知，阻力係數除了與長度比例有關外，也與形狀相關。

四、探討不同長度連結體在水中的阻力係數

8 公分在上				
在下長度 (cm)	斜率	水密度 (kg/m³)	面積 (m³)	c
5	3.7928	1000	0.005024	1.510
10	3.4152	1000	0.005024	1.360
15	3.6871	1000	0.005024	1.468
20	3.3443	1000	0.005024	1.331
8 公分在下				
在上長度 (cm)	斜率	水密度 (kg/m³)	面積 (m³)	c
5	3.7299	1000	0.005024	1.485
10	3.9399	1000	0.005024	1.568
15	3.8931	1000	0.005024	1.550
20	3.675	1000	0.005024	1.463



由兩圖可知，連接不同長度壓克力的連結體阻力係數都相差不多，我們認為是因為其形狀相似，導致阻力係數差異不大，且無特別規律。

結論

- 一、根據阻力公式： $f = \frac{1}{2} c_p A v^2$ ，阻力係數、液體密度、截面積與速度平方值皆會影響其阻力，且根據實驗結果，大致符合此公式。
- 二、長度比例 $\frac{\ell}{D}$ 與阻力係數呈現正相關。
- 三、食鹽水密度與阻力係數較無特定關係。
- 四、連接不同面積的連結體中，以直徑5cm在上、8cm在下的形狀阻力係數最小，此形狀可運用於設計橋墩，可以在橋墩前加一個剛體，使得水經過時阻力下降，達到保護效果。
- 五、未來展望：未來可利用多組不同形狀之連結體進行實驗，以確定哪種形式的連結體阻力最小。

參考文獻資料

一、羅安成、江沅晉、吳宏佑 (2024)。流體力學 (精編本) (第九章：經過沉體的流動)。高立圖書。

二、HALLIDAY (2011)。物理 (上) (第九版) (14-1)。全華圖書。

三、HALLIDAY (2012)。物理 (下) (第九版)。全華圖書。

四、Louis C. Burmeister (1997) .Elements of Thermal-Fluid System Design (第四章) . Pearson.